

2001 Maritime Mathematics Competition Concours de Mathématiques des Maritimes 2001

Instructions: Directives :

1. Provide the information requested below.
Veillez fournir les renseignements demandés ci-dessous.
2. No calculators nor any other aids (tables, books, rulers, etc.) are allowed.
Ni les calculatrices, ni autres outils (tables, livres, règles, etc.) ne sont autorisés.
3. This competition is three hours long, to be written in one three-hour sitting on March 27, 2001.
Ce concours dure trois heures et doit être complété en une séance de trois heures le 27 mars 2001.
4. All solutions are to be written in this booklet, beginning on the page on which each question is printed.
La solution de chaque problème devrait débiter sur la page qui contient l'énoncé du problème.
5. This booklet should contain six different questions, numbered from 1 to 6, all of which have equal value. Check that you have a complete booklet.
Ce livret devrait contenir six questions différentes numérotées de 1 à 6. Elles ont toutes la même valeur. Vérifiez que vous avez un livret complet.
6. All solutions must be fully justified. A complete answer to one problem is, in general, worth more than partial solutions to several.
Toute solution doit être justifiée. Il est préférable de donner une solution complète pour un seul problème que de donner des solutions incomplètes à plusieurs problèmes.

Name/Nom: _____

Signature: _____

Age/Âge: _____ Grade/Année: _____

School/École: _____

A grant in support of this activity was received from the Canadian Mathematical Society.
La Société mathématique du Canada a donné un appui financier à cette activité.

1. Alice and Bob were comparing their stacks of pennies. Alice said “If you gave me a certain number of pennies from your stack, then I’d have six times as many as you, but if I gave you that number, you’d have one-third as many as me.” What is the smallest number of pennies that Alice could have had?

Alice et Bob comparent leurs piles de sous. Alice affirme, « Si tu me donnais un certain nombre de tes sous, j’en aurais six fois plus que toi; par contre, si je te donnais ce même nombre de mes sous, tu en aurais trois fois moins que moi. » Quel est le plus petit nombre de sous que peut contenir la pile d’Alice ?

2. The infinite sequence

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1 7 1 8 1 9 2 0 2 1 2 2 2 3 ...

is obtained by writing the positive integers in order. What is the 2001st digit in this sequence?

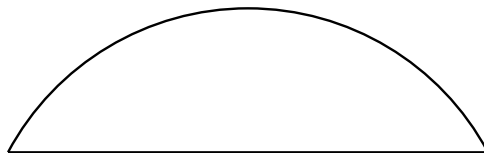
En écrivant l’un après l’autre les chiffres de chaque entier positif, on obtient la suite infinie

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1 7 1 8 1 9 2 0 2 1 2 2 2 3 ...

Quel est le 2001^{ième} élément de cette suite ?

3. The maximum height of a railway tunnel is 5 metres and the width of the tunnel is $10\sqrt{3}$ metres. The outline of the tunnel is in the form of a segment of a circle as shown below. Determine the area of a cross-section of the tunnel.

La section d’un tunnel de chemin de fer est la portion de cercle indiquée dans la figure ci-dessous. La hauteur du tunnel est de 5 mètres et sa largeur est de $10\sqrt{3}$ mètres. Quelle est l’aire de cette section ?



4. Which of the following numbers is greater?

$$A = \frac{2.0000004}{(1.0000004)^2 + 2.0000004} \quad \text{or} \quad B = \frac{2.0000002}{(1.0000002)^2 + 2.0000002}$$

Lequel des nombres suivants est le plus grand ?

$$A = \frac{2.0000004}{(1.0000004)^2 + 2.0000004} \quad \text{ou} \quad B = \frac{2.0000002}{(1.0000002)^2 + 2.0000002}$$

5. Alice and Bob play the following game with a pile of 2001 beans. A move consists of removing one, two, or three beans from the pile. The players move alternately, beginning with Alice. The person who takes the last bean in the pile is the winner. Which player has a winning strategy for this game and what is that strategy?

Alice et Bob jouent au jeu suivant avec une pile de 2001 fèves. À tour de rôle, chaque joueur enlève un, deux ou trois fèves de la pile. Alice joue en premier. Le joueur qui enlève la dernière fève gagne. Quel joueur a une stratégie gagnante, et quelle est cette stratégie ?

6. Show that, regardless of what integers are substituted for x and y , the expression

$$x^5 - x^4y - 13x^3y^2 + 13x^2y^3 + 36xy^4 - 36y^5$$

is never equal to 77.

Montrer que, peu importe les entiers que l'on substitue à x et y , l'expression

$$x^5 - x^4y - 13x^3y^2 + 13x^2y^3 + 36xy^4 - 36y^5$$

ne vaut jamais 77.