

2005 Maritime Mathematics Competition Concours de Mathématiques des Maritimes 2005

Instructions: Directives :

1. Provide the information requested below.
Veillez fournir les renseignements demandés ci-dessous.
2. No calculators nor any other aids (tables, books, rulers, etc.) are allowed.
Ni les calculatrices, ni autres outils (tables, livres, règles, etc.) ne sont autorisés.
3. This competition is three hours long, to be written in one three-hour sitting on March 3, 2005.
Ce concours dure trois heures et doit être complété en une séance de trois heures le 3 mars 2005.
4. All solutions are to be written in this booklet, beginning on the page on which each question is printed.
La solution de chaque problème devrait débiter sur la page qui contient l'énoncé du problème.
5. This booklet should contain six different questions, numbered from 1 to 6, all of which have equal value. Check that you have a complete booklet.
Ce livret devrait contenir six questions différentes numérotées de 1 à 6. Elles ont toutes la même valeur. Vérifiez que vous avez un livret complet.
6. All solutions must be fully justified. A complete answer to one problem is, in general, worth more than partial solutions to several.
Toute solution doit être justifiée. Il est préférable de donner une solution complète pour un seul problème que de donner des solutions incomplètes à plusieurs problèmes.

Name/Nom: _____

Signature: _____

Age/Âge: _____ Grade/Année: _____

School/École: _____

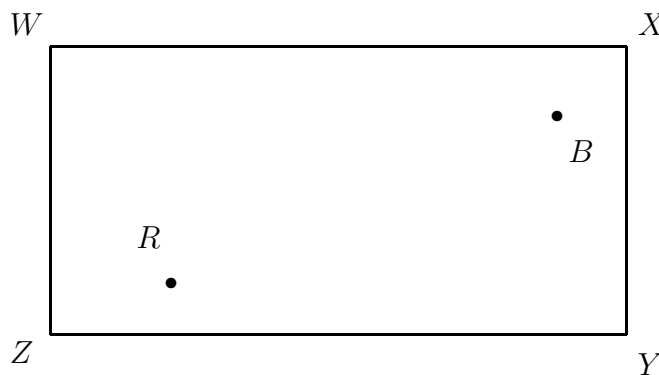
A grant in support of this activity was received from the Canadian Mathematical Society.
La Société mathématique du Canada a donné un appui financier à cette activité.

1. A gardener owns a riding lawn mower and a push mower. It takes her 3 hours to cut the entire lawn with the push mower but only 75 minutes with the riding mower. One particular day, she cuts a portion of the lawn with the push mower and the rest with the riding lawn mower. If the total time to mow the lawn was 96 minutes, what fraction of the lawn was cut with the riding mower?

Une jardinière possède une tondeuse à siège et une tondeuse poussée. La tonte de la pelouse lui prend trois heures avec la tondeuse poussée et soixante-quinze minutes avec la tondeuse à siège. Une journée, la jardinière tond une portion de la pelouse avec la tondeuse à siège et le reste avec la tondeuse poussée. Si cela lui prend quatre-vingt-seize minutes, quelle fraction de la pelouse a-t-elle tondu avec la tondeuse à siège?

2. Suppose that W , X , Y and Z are the corners of a rectangular pool table as shown in the diagram below. Side WZ is 5 feet in length and side WX is 10 feet long. A red ball is placed 1 foot from side YZ and 2 feet from side WZ , and a blue ball is placed 1 foot from both the sides WX and XY . Suppose that the blue ball is shot towards the side YZ where it will bounce off the edge, with angle of incidence equal to angle of reflection. At what point on the side YZ should the blue ball strike if it is to hit the red ball upon rebounding?

Les bandes (côtés intérieurs) d'une table de billard forment le rectangle $WXYZ$ comme dans le diagramme ci-dessous. La bande WZ a cinq pieds de long. La bande WX a dix pieds de long. Une boule rouge (R) est située à un pied de YZ et à deux pieds de WZ . Une boule bleue (B) est située à un pied de WX et à un pied de XY . Nous voulons frapper la boule bleue pour qu'elle frappe la bande YZ , avec l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, pour ensuite frapper la boule rouge. Quel point sur la bande YZ devons-nous viser?



3. Three students play a game with the understanding that the loser is to double the money of each of the other two. After three games, each has lost once and each has \$24. How much did each student have to start?

Trois étudiants jouent un jeu où le perdant de chaque partie doit doubler l'argent de chacun des deux autres joueurs. Après trois parties, chaque joueur a perdu une fois et possède \$24. Combien d'argent possédait chaque étudiant au début du jeu?

4. Find all integers a for which the equation

$$x^3 - 13x + a = 0$$

has three integer roots.

Quels sont les entiers a pour lesquels l'équation

$$x^3 - 13x + a = 0$$

possède trois racines entières?

5. Triangle ABC is right-angled at A . Let x and y denote the lengths of the sides AB and AC respectively. Suppose that the point D on BC is such that $\angle DAC = 30^\circ$. Determine the length of AD in terms of x and y .

Dans le triangle ABC , l'angle A est droit. Soit x la longueur du côté AB , y celle de AC . Soit D le point de BC tel que $\angle DAC = 30^\circ$. Trouver, en termes de x et y , la longueur de AD .

6. Evaluate the following sum.

Evaluer la somme suivante.

$$\frac{1}{1^4 + 1^2 + 1} + \frac{2}{2^4 + 2^2 + 1} + \cdots + \frac{2005}{2005^4 + 2005^2 + 1}$$