2007 Maritime Mathematics Competition
Concours de Mathématiques des Maritimes 2007

Instructions: Directives :

1. Provide the information requested below.
   Veuillez fournir les renseignements demandés ci-dessous.

2. No calculators nor any other aids (tables, books, rulers, etc.) are allowed.
   Ni les calculatrices, ni autres outils (tables, livres, règles, etc.) ne sont autorisés.

3. This competition is two hours long, to be written in one two-hour sitting on March 1, 2007.
   Ce concours dure deux heures et doit être complété en une séance de deux heures le 1 mars 2007.

4. All solutions are to be written in this booklet, beginning on the page on which each question is printed.
   La solution de chaque problème devrait débuter sur la page qui contient l'énoncé du problème.

5. This booklet should contain six different questions, numbered from 1 to 6, all of which have equal value. Check that you have a complete booklet.
   Ce livret devrait contenir six questions différentes numérotées de 1 à 6. Elles ont toutes la même valeur. Vérifiez que vous avez un livret complet.

6. All solutions must be fully justified. A complete answer to one problem is, in general, worth more than partial solutions to several.
   Toute solution doit être justifiée. Il est préférable de donner une solution complète pour un seul problème que de donner des solutions incomplètes à plusieurs problèmes.

Name/Nom: ______________________________

Signature: ______________________________

Age/Âge: ______________ **Grade/Année:** ______________

School/École: ______________________________

A grant in support of this activity was received from the Canadian Mathematical Society.
La Société mathématique du Canada a donné un appui financier à cette activité.

1. In a 100 metre race, Alice beat Bob by 10 metres and Bob beat Charlie by 20 metres. Assuming that each runner ran at a constant speed, by how much did Alice beat Charlie?

   À la ligne d'arrivée de la course de 100 m, Alice devance Bob de 10 m et Bob devance Charlie de 20 m. En supposant que chaque coureur court à vitesse constante, de combien Alice a-t-elle devancé Charlie?

2. Find positive integers x and y such that $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2007}$.

   Trouver des entiers positifs x et y tels que $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2007}$.

3. An expedition to the planet Bizarro finds the following equation scrawled in the dust.

$$3x^2 - 25x + 66 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 4 \text{ or } x = 9$$

What base is used for the number system on Bizarro?

Une expédition à la planète Bizarro découvre l'énoncée suivante inscrite dans le sable.

$$3x^2 - 25x + 66 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 4 \textit{ ou } x = 9$$

Quelle est la base pour le système de numération de la planète Bizarro?

4. Two circles, one of radius 1, the other of radius 2, intersect so that the larger circle passes through the centre of the smaller circle. Find the distance between the two points at which the circles intersect.

   Trouver la distance des deux points d'intersection de deux cercles, de rayon 1 et 2 respectivement, qui se coupent de sorte le plus grand passe par le centre du plus petit.

5. The positive integers from 1 up to n inclusive are written on a blackboard. After one number is erased, the average (arithmetic mean) of the remaining $n-1$ numbers is $46\frac{20}{23}$. Determine n and the number that was erased.

   On écrit au tableau les entiers positifs de 1 à n. Un des nombres est éffacé. La moyenne des $n-1$ qui restent est $46\frac{20}{23}$. Déterminer la valeur de n ainsi que le nombre éffacé.

6. Points $P_1(0,1)$, $P_2(0,0)$, $P_3(1,0)$, and $P_4(1,1)$ are the vertices of a square. For $n \geq 5$, let P_n be defined as below where $r(n)$ is the remainder when n is divided by 8.

$$P_n = \begin{cases} \text{midpoint of } P_{n-3} \text{ and } P_{n-4} & \text{if } r(n) = 1, 2, \text{ or } 3 \\ \text{midpoint of } P_{n-4} \text{ and } P_{n-7} & \text{if } r(n) = 4 \\ \text{midpoint of } P_{n-1} \text{ and } P_{n-4} & \text{if } r(n) = 5 \\ \text{midpoint of } P_{n-4} \text{ and } P_{n-5} & \text{if } r(n) = 0, 6, \text{ or } 7 \end{cases}$$

Find the coordinates of P_{2007}.

Les points $P_1(0,1)$, $P_2(0,0)$, $P_3(1,0)$ et $P_4(1,1)$ sont les sommets d'un carré. Pour $n \geq 5$, soit P_n le point défini comme suit, où $r(n)$ dénote le reste de la division de n par 8.

$$P_n = \begin{cases} \textit{point milieu du segment } P_{n-3}P_{n-4} & \textit{si } r(n) = 1, 2, \textit{ or } 3 \\ \textit{point milieu du segment } P_{n-4}P_{n-7} & \textit{si } r(n) = 4 \\ \textit{point milieu du segment } P_{n-1}P_{n-4} & \textit{si } r(n) = 5 \\ \textit{point milieu du segment } P_{n-4}P_{n-5} & \textit{si } r(n) = 0, 6, \textit{ ou } 7 \end{cases}$$

Trouver les coordonnées de P_{2007}.