

2008 Maritime Mathematics Competition Concours de Mathématiques des Maritimes 2008

Instructions: Directives :

1. Provide the information requested below.
Veillez fournir les renseignements demandés ci-dessous.
2. No calculators nor any other aids (tables, books, rulers, etc.) are allowed.
Ni les calculatrices, ni autres outils (tables, livres, règles, etc.) ne sont autorisés.
3. This competition is two hours long, to be written in one two-hour sitting on February 28, 2008.
Ce concours dure deux heures et doit être complété en une séance de deux heures le 28 février 2008.
4. All solutions are to be written in this booklet, beginning on the page on which each question is printed.
La solution de chaque problème devrait débiter sur la page qui contient l'énoncé du problème.
5. This booklet should contain six different questions, numbered from 1 to 6, all of which have equal value. Check that you have a complete booklet.
Ce livret devrait contenir six questions différentes numérotées de 1 à 6. Elles ont toutes la même valeur. Vérifiez que vous avez un livret complet.
6. All solutions must be fully justified. A complete answer to one problem is, in general, worth more than partial solutions to several.
Toute solution doit être justifiée. Il est préférable de donner une solution complète pour un seul problème que de donner des solutions incomplètes à plusieurs problèmes.

Name/Nom: _____

Signature: _____

Age/Âge: _____ Grade/Année: _____

School/École: _____

A grant in support of this activity was received from the Canadian Mathematical Society.
La Société mathématique du Canada a donné un appui financier à cette activité.

1. In a school, 25% of girls and 60% of boys are in the band. If 20% of the band members are girls then what fraction of all students are in the band?

Dans une certaine école, 25% des filles et 60% des garçons sont membres de l'orchestre. Si 20% des membres de l'orchestre sont des filles, quelle fraction de la population étudiante totale consiste de membres de l'orchestre?

2. A two-digit number is called *nice* if it is equal to the sum of its digits plus the product of its digits. For example, 29 is nice since $29 = 2 + 9 + (2 \times 9)$. Find all the two-digit numbers that are nice.

Convenons d'appeler beau un nombre de deux chiffres qui est égal à la somme plus le produit de ses chiffres. Par exemple, 29 est un beau nombre puisque $29 = (2 + 9) + (2 \times 9)$. Trouver tous les beaux nombres.

3. In the parallelogram $ABCD$, point X lies on AB such that XB is twice the length of AX . Let Y be the point of intersection of XC and BD . What fraction is the area of the triangle DCY of the area of the parallelogram $ABCD$?

Dans le parallélogramme $ABCD$, soit X le point du segment AB tel que XB est deux fois plus long que AX . Soit Y le point d'intersection de XC et BD . Trouver le rapport de l'aire du triangle DCY à celle du parallélogramme $ABCD$.

4. Find all pairs (x, y) of positive integers such that

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}.$$

Trouver toutes les paires (x, y) d'entiers positifs tels que

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}.$$

5. A penny is placed on a square of an infinite chessboard. You may move the penny

- 3 squares to the right and 1 square up, or
- 2 squares to the right and 2 squares down, or
- 7 squares to the right and 3 squares down.

Is it possible, using a sequence of the above three moves, to move the penny to the square that lies 2008 squares to the right of the original square? If so, what is the minimum number of moves required?

Une pièce de un cent est placée sur une case d'un échiquier infini. Trois types de déplacements de la pièce sont permis:

- *3 cases vers la droite, puis une case vers le haut*
- *2 cases vers la droite, puis 2 cases vers le bas*
- *7 cases vers la droite, puis 3 cases vers le bas*

Est-t-il possible, par une suite de ces trois types de déplacements, de déplacer la pièce jusqu'à la case qui se situe 2008 cases à la droite de sa case de départ? Si oui, quel est le nombre minimum de déplacements requis?

6. Find the value of the sum

$$\{\sqrt{1}\} + \{\sqrt{2}\} + \{\sqrt{3}\} + \cdots + \{\sqrt{9999}\} + \{\sqrt{10000}\}$$

where $\{x\}$ denotes the integer closest to x . (For example, $\{7.2\} = 7$ and $\{13.6\} = 14$.)

Évaluer

$$\{\sqrt{1}\} + \{\sqrt{2}\} + \{\sqrt{3}\} + \cdots + \{\sqrt{9999}\} + \{\sqrt{10000}\}$$

où $\{x\}$ désigne l'entier le plus près de x . (Par exemple, $\{7.2\} = 7$ et $\{13.6\} = 14$.)